



Revista Interdisciplinar

ANIMUS

A Exploração-Resolução-Proposição de Problemas na Formação Inicial do Professor de Matemática: Uma Revisão Sistemática de Literatura

Saul Barbosa De Oliveira

Secretaria Municipal de Educação e Cultura de Taquaritinga do Norte (PE)
saul.uepb@gmail.com

Resumo

Este artigo tem como objetivo apresentar uma Revisão Sistemática de Literatura (RSL) sobre uma Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática denominada Exploração-Resolução-Proposição de Problemas (ERP) na formação inicial do professor de matemática, expondo não apenas uma organização de dados, mas também uma noção sobre o que vem sendo produzido por pesquisas acadêmicas buscando mostrar possíveis lacunas e pontos de convergência sobre a ERP para nortear futuras pesquisas. A pesquisa foi norteada pela seguinte pergunta: quais são as potencialidades, limitações e convergências da Metodologia de Exploração-Resolução-Proposição de Problemas na formação inicial do professor de Matemática? A RSL foi baseada no protocolo PRISMA (Principais Itens para Relatar Revisões Sistemáticas e Meta-Análises). Foi realizada uma busca por meio de quatro descritores pré-estabelecidos, nos idiomas português, inglês e espanhol. Foram encontrados 1440 trabalhos de pesquisa e, após a aplicação dos critérios de elegibilidade, destes foram selecionados na amostra cinco trabalhos de pesquisa. Foram encontradas diversas potencialidades no uso da ERP, tais como: o desenvolvimento da autonomia, confiança, criatividade, reflexão, concentração, interpretação e criação de diferentes estratégias; oportunidades de interação e socialização entre os participantes; interesse; motivação; compreensão de conceitos de forma aprofundada; melhoria no raciocínio para elaboração de estratégias de resolução, exploração e proposição de problemas; e auxílio na conexão entre o ensino superior e a educação básica. Além disso, foi percebido que o ensino-aprendizado de Matemática foi potencializado quando os pesquisadores faziam uso da ERP aliada a Representações Múltiplas de Álgebra, inclusive através da utilização de *softwares* educacionais.

Palavras-chave

Proposição de problemas; Resolução de problemas; Protocolo PRISMA.

Exploring-Solving-Proposing Problem in Initial Mathematics Teacher Training: A Systematic Literature Review

Abstract

This article aims to present a Systematic Literature Review (SLR) on a Mathematics Teaching-Learning Methodology called Problem Exploring-Solving-Proposing (ESP) in the initial training of mathematics teachers. It not only organizes data but also provides insights into what has been produced in academic research, aiming to highlight possible gaps and points of convergence regarding ERP to guide future studies. The research was guided by the following question: What are the potentialities, limitations, and convergences of the Problem Exploring-Solving-Proposing Methodology in the initial training of Mathematics teachers? The SLR was based on the PRISMA protocol (Preferred Reporting Items for Systematic Reviews and Meta-Analyses). A search was conducted using four predefined descriptors in Portuguese, English, and Spanish. A total of 1,440 research works were found, and after applying the eligibility criteria, five studies were selected for the sample. Several potentialities were identified in the use of ESP, such as the development of autonomy, confidence, creativity, reflection, concentration, interpretation, and the creation of different strategies; opportunities for interaction and socialization among participants; interest; motivation; a deeper understanding of concepts; improvement in reasoning for developing resolution, exploration, and problem-proposition strategies; and assistance in connecting higher education with basic education. Additionally, it was observed that Mathematics teaching and learning were enhanced when researchers used ESP in conjunction with Multiple Representations of Algebra, including through the use of educational software

Keywords

Problem proposition; Problem solving; PRISMA protocol.

INTRODUÇÃO

O que é a Educação Matemática (EM)? E como ela afeta a compreensão de se trabalhar com a Resolução de Problemas como metodologia de ensino-aprendizagem? A Educação Matemática é um campo do conhecimento que tem aspectos tanto acadêmicos quanto profissionais. Para alguns autores, ela se apresenta atualmente como um campo bem definido, ainda que esteja em expansão, como é o caso de Mendes (2009), que a define como uma área pluri e interdisciplinar que faz fronteira com diversos campos do conhecimento e busca compreender os fenômenos relacionados à Matemática e seu processo de ensino-aprendizagem. Não divergindo, essencialmente, da definição de Educação Matemática apresentada acima por Mendes (2009), Skovsmose (2014) traz em seus trabalhos um conceito de Educação Matemática como um campo indefinido.

Segundo Skovsmose (2014), faz-se necessário, primeiramente, compreender o que se entende por Educação Matemática e por indefinição. O autor discorre que, partindo do pressuposto de que a Educação Matemática tem vários propósitos,

designando assim atividades distintas que devem ser consideradas quando se pensa nesse campo, pois, de acordo com o autor, ensina-se e aprende-se matemática de muitas formas. Indo um pouco mais além, pode-se concluir que existem diversas formas não só de praticar o ensino-aprendizado de Educação Matemática, mas também de pesquisar sobre ela. Ela está no comércio, no banco, em casa, na aula de Cálculo ou em um Laboratório de Ensino de Matemática.

Skovsmose (2014) discorre que, partindo da concepção da variedade de modos como a Educação Matemática se apresenta, pode-se concluir que ela é indefinida, concebendo essa indefinição como um processo social cujos resultados são imprevisíveis, como um sistema dinâmico complexo. Além de ser sensível às condições iniciais, não há certeza quanto à direção de seus resultados (olhando o campo como um todo). Assim sendo, no trabalho de Skovsmose (2014), como também neste, interpretaremos a Educação Matemática em um sentido amplo, como indefinida, crítica, que pode ser utilizada, praticada e pesquisada de diversas formas, além de fazer uma considerável diferença para o bem ou mal de uma sociedade (independentemente de quais conceitos de bem e mal você tenha em sua cosmovisão).

Partindo desses pressupostos, e tendo como base o que se entende por Educação Matemática neste trabalho, voltamos à questão anterior: “O que é a Educação Matemática e como isso afeta a compreensão de se trabalhar com a Resolução de Problemas como metodologia de ensino-aprendizagem?”. Depende da concepção que se tem de EM! Se a concepção de EM convergir com a apresentada anteriormente, o conceito de indefinição chega à Resolução de Problemas e isso influencia diretamente a forma como os conceitos matemáticos estão sendo ensinados e como se dá a formação inicial de professores de matemática.

Sob essa ótica, este trabalho tem como objetivo tratar de uma Revisão Sistemática de Literatura sobre uma Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática denominada Exploração-Resolução-Proposição de Problemas na formação inicial do professor de matemática, apresentada por Andrade (1998, 2017). Tendo delimitado o conceito de Educação Matemática, partiremos para a questão que norteou este trabalho de pesquisa foi: quais são as potencialidades, limitações e convergências

da Metodologia de Exploração-Resolução-Proposição de Problemas na formação inicial do professor de Matemática?

A EXPLORAÇÃO-RESOLUÇÃO-PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS

Andrade (1998, 2017) discorre que o trabalho no Ensino de Matemática até então resumia-se a formalização do conceito matemática para então apresentar os problemas em forma de exercício, e isso, de acordo com o autor, pouco ou nada tem a ver com a formação crítica dos alunos (sejam de educação básica ou ensino superior). Além disso, esse tipo de abordagem divergia da própria construção histórica da matemática como ciência a da forma como o conhecimento matemático é produzido por matemáticos. Isto posto, Andrade (1998, 2017) defende que o trabalho de ensino de matemática deve partir do problema e não do conceito, pois “o problema deveria exigir uma teoria e não o contrário” (Andrade, 2017, p. 356).

Intitulada como Exploração-Resolução-Proposição de Problemas ou Exploração de Problemas, esta metodologia foi denominada de algumas maneiras distintas na literatura (artigos, livros e nas mais de 40 dissertações de mestrados publicadas sobre o tema), desde sua criação até o momento em que o artigo está sendo redigido, e cada forma de denominá-la traz muito de que se tem trabalhado neste movimento de construção de conceitos matemáticos.

Nesta perspectiva, o processo de construção do conceito matemático se inicia, de acordo com Andrade (1998, 2017) com um problema e por meio de codificações e decodificações em um processo no qual os estudantes, ao explorarem, proporem e resolverem problemas ou situações-problema, constroem aspectos importantes nos conceitos matemáticos por meio de um Movimento denominado Problema-Trabalho-Reflexões e Síntese-Resultados. Especifiquemos então cada termo ao leitor para que o trecho no parágrafo anterior se torne mais claro.

Quando a proposta trata o termo Resolução em sua denominação, mostra que a proposta do autor não foge do campo da Resolução de Problemas, no qual o conceito é construído a partir de um problema que, após resolvido, é formalizado e detalhado. Entretanto, na perspectiva de Andrade (1998, 2017), o processo não se limita a encontrar o problema e esse fato chama a atenção à palavra “Exploração”. O termo

Exploração de Problemas é o principal agente na metodologia apresentada: o aluno, ao explorar o problema, vai além da solução que se propõe a encontrar. Para entendê-lo, faz-se necessário discorrer sobre outros que são os fundamentos do processo.

O que é a Codificação e a Descodificação, que compõe o processo de Exploração de Problemas? Segundo Andrade (1998), codificar o problema é a maneira com que o aluno representa o problema de uma forma mais simplificada, procura outra linguagem, código, representação que lhe seja mais viável, isto é, que lhe proporcione mais reflexões e simplifique o processo de busca pela solução. No que tange à Descodificação, esta é o processo de procurar um significado para o problema, fazendo uma análise e interpretação crítica dele, de sua resolução e do processo de encontrá-la, tendo como base as discussões com o professor, com os colegas em sala e consigo próprio.

Vale ressaltar, de acordo com Andrade (2017) os processos e ferramentas de Codificação e Descodificação que compõem a Exploração de Problemas auxiliam tanto no processo de explorar e resolver o problema como no de propor novos problemas. Ambas podem ser utilizadas pelo docente (para simplificar o problema para o melhor entendimento do aluno, como, por exemplo, passar o problema para uma representação geométrica, numérica ou tabular; ou, discutir uma determinada parte do problema) e pelo discente. Estas ferramentas: precisam fazer parte do processo de Exploração, Resolução e Proposição de Problemas, pois qualificam e mediam esse processo. Também não podem ser ensinadas em sala de aula, porque são adquiridas no trabalho do movimento da unidade Problema-Trabalho-Reflexões e Síntese-Resultado (PTR-SR). Basta pedir para que o aluno tente solucionar o problema e diante desse desafio o discente, empenhado no processo de Reflexões e Sínteses-Resultado, usará da Codificação e Descodificação.

De acordo com Andrade (2017), inicialmente, ao ser proposto um problema, que pode ser tanto da parte do professor quanto da parte dos alunos, os alunos, por sua vez, começam um trabalho efetivo para resolvê-lo e com o professor participam de um processo de reflexões e sínteses, talvez a solução do problema não pode ser alcançada, entretanto o processo é muito valioso e que pode gerar tanto a solução como novos problemas, conceitos, reflexões e sínteses a partir do movimento PTR-SR.

Essa operacionalização de experiência da Exploração-Resolução-Proposição de Problemas (ERP) tem acontecido de três formas: na primeira o movimento PTR-SR pode gerar o resultado do problema, mas também outros problemas e fazer surgirem conceitos matemáticos que ainda não tinham sido trabalhados pela turma; na segunda forma o processo de PTR-SR pode gerar, assim como a forma anterior, um trabalho efetivo por parte dos discentes e eles chegam a um resultado ou conclusão, entretanto nem sempre se chega ao resultado do problema, por poder ser considerada uma solução parcial; a terceira forma que o movimento PTR-SR ocorre quando algo indefinido surge, haja vista que o processo de ERP é indefinido (como foi discorrido no início) e nem sempre é possível prever os resultados ou onde essas indagações, por parte do professor ou dos alunos, podem levar o processo.

Andrade (1998), em sua dissertação de mestrado, ao desenvolver a Exploração de Problemas, já tratava sobre a Proposição de Problemas e mostrava-se atento a uma questão que atualmente vem tomando grandes proporções dentro do campo da Educação Matemática. Entretanto, o que é Proposição de Problemas (PP) na perspectiva da Educação Matemática? De acordo com Cai e Hwang (2020), a PP em Educação Matemática abrange diversos tipos de atividades relacionadas que envolvem ou apoiam professores e alunos na formulação ou reformulação de um problema com base em um contexto particular (ao qual nos referimos como o contexto do problema ou situação-problema). Os autores entendem por *problema* e *tarefa* qualquer questão matemática que possa ser solicitada ou tarefa matemática que possa ser executada com base na situação-problema. Cai e Hwang (2020) e Cai (2022) interpretam o contexto como situações dentro da matemática que dão origem a novas questões, bem como situações extraídas (ou incorporadas) de fenômenos da realidade e questões decorrentes de outras disciplinas.

De acordo com Cai (2022), o propor problemas, no decorrer da história das ciências, se consolidou como uma atividade intelectual de grande importância crítica no ensino de matemática. Segundo o autor, quando os discentes têm a oportunidade de propor seus próprios problemas matemáticos com base em uma situação apresentada pelo professor ou por eles mesmos, eles devem entender as restrições e condições da informação fornecida para construir conexões entre sua compreensão existente e uma

nova compreensão de ideias matemáticas relacionadas, construindo assim novos conceitos.

No processo de Exploração-Resolução-Proposição de Problemas, de acordo com Andrade (2017), o propor problemas aparece de forma explícita, sendo é considerado como uma ferramenta de problematização que impulsiona o ato de tentar achar o problema e potencializa tanto o explorar quanto o resolver problemas. Vale ressaltar também que no processo de ERP o explorar problemas é a ferramenta mais fundamental e ampla, englobando tanto a resolução quanto a proposição, por meio do processo de mediação-refutação por parte do professor e aluno no PTR-SR.

De acordo com Freitas (2019), a ERP é uma das perspectivas de Resolução de Problemas mais difundidas no Brasil, principalmente na região nordeste. Faz vinte e cinco anos desde a publicação da perspectiva da Exploração de Problemas. Muito já se foi difundido, publicado, modificado, e acrescentado em diversas perspectivas nos mais variados níveis, etapas e ambientes escolares, o que é comum no que tange ao desenvolvimento de uma teoria no campo da Educação Matemática. O autor da ERP, Silvanio de Andrade, já orientou e orienta dezenas de trabalhos de pesquisa de mestrado e doutorado, onde essa perspectiva, a ERP, vem sendo aplicada e repensada perpassando turmas do ensino básico ao superior, desde a educação infantil até a formação de professores, tendo sido até aplicada em ambientes onde os discentes são legalmente privados de liberdade.

Isto posto, esse trabalho, que faz parte de uma tese de doutorado no formato *multipaper*, tem como objetivo apresentar uma Revisão Sistemática de Literatura acerca das produções sobre a Exploração-Resolução-Proposição de Problemas no ensino-aprendizagem de matemática, expondo não apenas uma organização de dados, mas também uma noção sobre o que vem sendo produzido por pesquisas acadêmicas, buscando divulgar possíveis lacunas e pontos de convergência, além de nortear sobre o campo da ERP na formação inicial de professores da matemática. Vale ressaltar que a questão norteadora da pesquisa é: “Quais são as potencialidades, limitações e convergência que a Exploração-Resolução-Proposição de Problemas vem trazendo para o processo de ensino-aprendizagem de matemática na formação inicial do

professor de matemática?”. Para respondê-la faremos uma Revisão Sistemática de Literatura acerca da Exploração-Resolução-Proposição de Problemas.

METODOLOGIA

Existe diferença entre uma revisão de literatura e uma revisão sistemática de literatura? Qual a importância de um artigo de revisão de literatura? Primeiramente, a revisão de literatura, de acordo com Porfírio (2012), tem como objetivo saber se a ideia em questão é viável teoricamente, baseando-se em trabalhos de pesquisa publicados anteriormente. E quando ela passa a ser sistemática? Bem, ela passa a ser sistemática quando, de acordo com Khan (2003), a revisão tem uma pergunta, clara e estruturalmente bem definida; quando ela identifica estudos relevantes ao passo que avalia sua qualidade e sintetiza as evidências fazendo uso de metodologia explícita. Portanto, de acordo com os autores, a revisão sistemática de literatura segue algumas etapas. Nestas o pesquisador precisa entendê-las e segui-las para que o trabalho seja bem estruturado, haja vista que, assim sendo, muitos problemas em potenciais são excluídos, problemas estes que podem atrapalhar o relatório final.

Entretanto, quando o pesquisador que deseja realizar sua RSL se depara com diversos trabalhos de revisão sistemática de literatura, nota-se que as etapas não estão bem claras e uniformes na literatura acadêmica. Vê-se o trabalho de Mendes e Pereira (2020), no qual os autores fazem uma RSL de revisões sistemáticas na área de Educação Matemática, analisam os trabalhos e discorrem sobre as etapas dos trabalhos. Os autores notaram que embora essas etapas não estejam bem claras, existe uma unidade na diversidade, ou seja, uma convergência de cinco etapas comuns: objetivo e pergunta; busca dos trabalhos; seleção dos estudos; análise das produções; apresentação da revisão sistemática.

De acordo com Moher *et al.* (2009, p. 335) “uma reunião de três dias foi realizada em Ottawa, Canadá, em junho de 2005 com 29 participantes, incluindo autores de revisões, metodologistas, clínicos, editores e um consumidor”. Estes especialistas criaram uma lista de verificação de 27 itens para serem incluídos em uma revisão sistemática de literatura, sendo eles os Principais Itens para Relatar Revisões Sistemáticas e Meta-Análises (PRISMA). Mesmo sendo usado majoritariamente em

pesquisas na área da saúde, nas últimas décadas o protocolo PRISMA vem sendo utilizado em diversas RSL nas áreas da Educação e Ensino de diversos campos de conhecimento, dentre os quais o campo da Educação Matemática vem tomando parte destes estudos.

Segundo Page *et al.* (2022) o protocolo PRISMA sofreu alterações por metodologistas de revisões sistemáticas e editores de periódicos e em uma reunião presencial em Edimburgo na Escócia, em setembro de 2018, na qual 21 profissionais discutiram sobre a reformulação deste protocolo. Em abril de 2020, após diversos comentários de especialistas, a versão final foi aprovada.

Foram considerados elegíveis os estudos que 1) fossem dissertações, teses e artigos científicos publicados nacional e internacionalmente em revistas e eventos; 2) foram publicados de 1998 até 2022, partindo do pressuposto de que a ERP foi apresentada oficialmente através da dissertação de mestrado de Andrade (1998) no ano de 1998, fazendo assim apenas 24 anos (considerando o último ano encerrado antes da digitação do presente artigo); 3) foram publicados nos idiomas português, inglês ou espanhol; 4) estavam disponíveis como textos completos; 5) estavam com acesso liberado gratuitamente nos bancos de dados que foram selecionados; 6) que tivessem como tema principal o ensino-aprendizagem de matemática na formação inicial de professores de matemática via ERP. Os textos que não apresentassem todos os critérios estabelecidos, duplicados ou com acesso restrito foram excluídos da seleção.

Na busca foram usados quatro descritores em português, inglês e espanhol apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 - Descritores utilizados na presente RSL, por idiomas

Português	Inglês	Espanhol
Exploração de Problemas	Exploration of Problems	Exploración de Problemas
Exploração-Resolução-Proposição de Problemas	Exploration-Solving-Posing of Problems	Exploración-Resolución-Proposición de Problemas
Resolução-Exploração-Proposição de Problemas	Solving- Exploration-Posing of Problems	Resolución- Exploración-Proposición de Problemas
Exploração, Resolução, Proposição de Problemas	Exploration, Solving, Posing of Problems	Exploración, Resolución, Proposición de Problemas

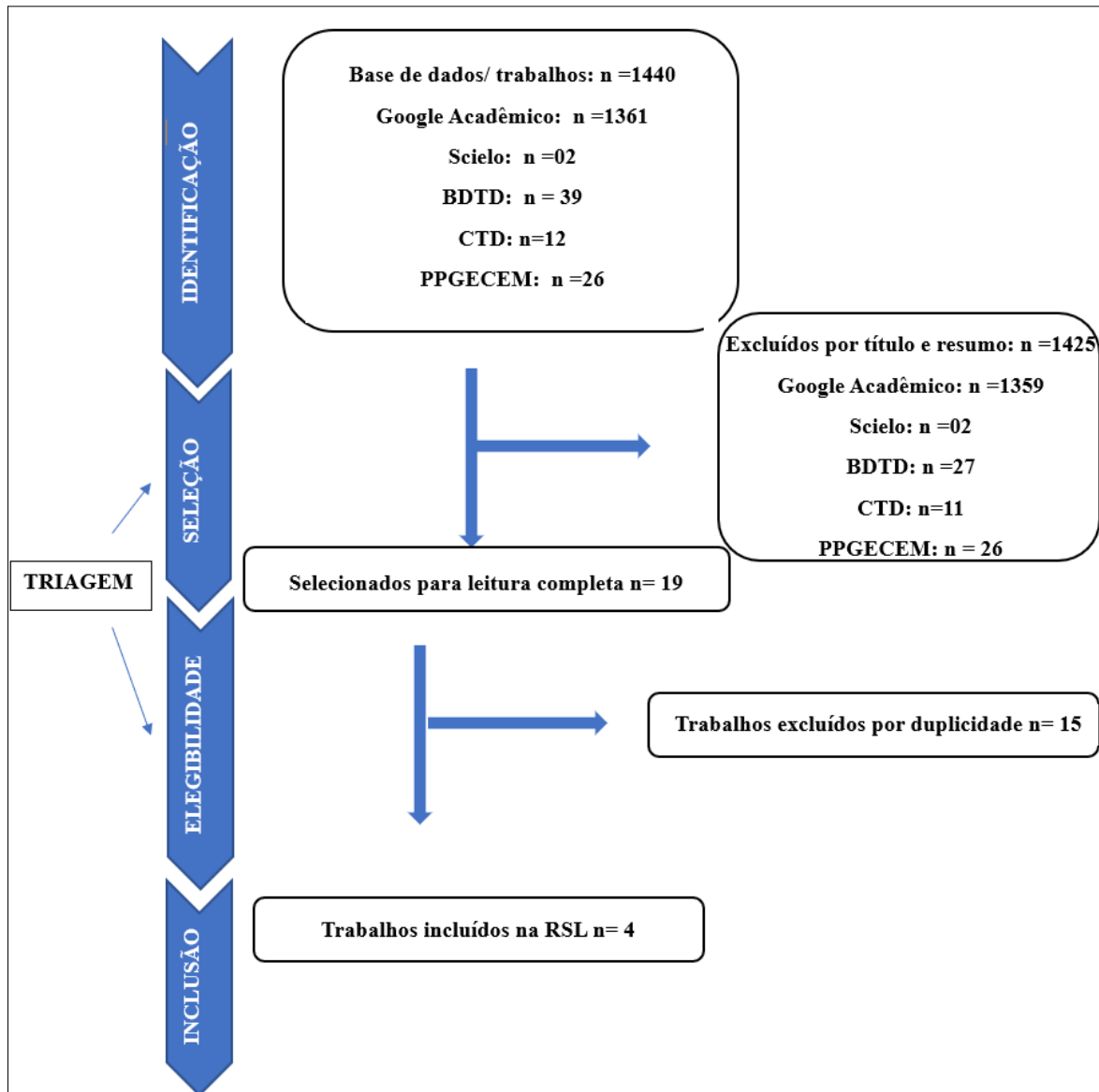
Fonte: Elaborado pelo autor.

As consultas aos bancos de dados foram realizadas em agosto de 2023, com o último acesso feito em 9 de agosto de 2023. As bases de dados utilizadas foram: Google Acadêmico, Scielo, Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CTD da CAPES) e a Plataforma de Dissertações e Teses do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba. Foi considerada importante essa última base de dados, pois é o programa de pós-graduação onde o Silvanio de Andrade orienta, que é o autor da teoria em questão e onde supomos que contenham os trabalhos orientados por ele nesta temática.

Cada base de dados possui características e filtros específicos, refinando assim o levantamento. Alguns critérios foram usados para tentativa de padronização da busca. Na base da Scielo o descritor foi buscado entre aspas (“”) para atingir o critério da palavra exata. Após a busca inicial, abriu-se o filtro do idioma, ano e a possibilidade de filtrar somente artigos. O acesso livre foi verificado individualmente nos resultados obtidos pela busca.

Baseado no protocolo PRISMA, os resultados foram divididos em quatro etapas: identificação, seleção, elegibilidade e inclusão. Diante dos critérios de elegibilidade foram excluídos 1425 trabalhos pela leitura do título e do resumo diretamente na base de dados e desses 15 por duplicidade. Os motivos mais comuns para a exclusão nessa etapa foram o de não se tratar da Exploração de Problemas (teoria em questão) e de não discorrer sobre a ERP na formação de professores, mas na educação básica. Ao término da seleção foram incluídos 4 para análise. Esse processo de seleção, baseado no processo de elegibilidade, pode ser observado na Figura 1 que sintetiza os passos do protocolo PRISMA.

Figura 1 - Fluxograma do Protocolo PRISMA 2020



Fonte: Page *et al.* (2021, p. 1).

Desta forma, a pesquisa foi desenvolvida com base na leitura completa dos cinco trabalho, a saber:

Tabela 2 - Trabalhos selecionados para RSL

Título	Autor	Tipo	Referência
Conceito e Representações de função via Resolução, Proposição e Exploração de Problemas: um trabalho com alunos de graduação.	Adriana da Silva Veloza Bezerra	Dissertação de Mestrado	Bezerra (2017)
Tangram e Resolução de Problemas.	Sídny Moreira da Costa	Dissertação de Mestrado	Costa (2019)
Ensino-Aprendizagem de Sistemas Lineares na Formação do Professor de Matemática via Exploração, Resolução e Proposição de Problemas.	Fabiola da Cruz Martins	Dissertação de Mestrado	Martins (2019)
Ensino-Aprendizagem de Espaços Vetoriais via Exploração-Resolução-Proposição de Problemas: uma experiência na licenciatura em matemática.	Saul Barbosa de Oliveira	Dissertação de Mestrado	Oliveira (2021)

Fonte: Elaborado pelo autor.

DISCUSSÃO E ANÁLISE

Na análise aqui apresentada serão considerados os seguintes conceitos que estão destacados em negrito para facilitar a identificação das convergências dos trabalhos: se a maior **ênfase** no processo de ensino-aprendizagem foi dada à Exploração, à Proposição ou para a Resolução de Problemas; se no processo de Descodificação foram considerados **aspectos críticos**; se na Codificação os discentes ou o docente fez uso de **Representações Múltiplas de Álgebra (RMA)** conforme Friedlander e Tabach (2001), isto é, se houve um trânsito entre representações numéricas, algébricas, tabulares, gráficas ou linguagem natural dos conceitos matemáticos; **Classificação** quanto ao momento em que ocorre a Proposição de Problemas, que foi levantada por Silver (1994), podendo ocorrer **antes**, **enquanto**, ou **após** o processo de Resolução de Problemas; considerar-se-á os três **casos** com que o

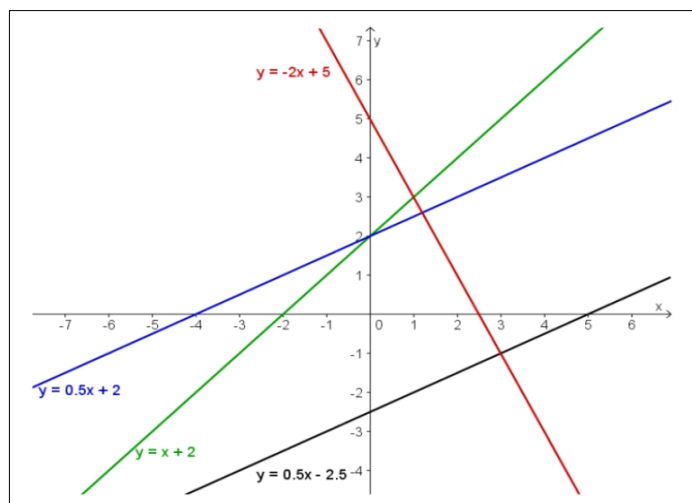
processo de Exploração-Resolução-Proposição ocorre segundo Andrade (1998, 2017); e os **elementos** dos problemas propostos por alunos ou pelo docente como, de acordo com Jurado (2013): **informação**, **solicitação**, **contexto** e **entorno matemático**. Estes significam, respectivamente: dados quantitativos; o que se deve descobrir, relação com uma situação do cotidiano (extramatemática) ou pertencente a uma situação matemática, (intramatemática); ou conceitos matemáticos envolvidos.

Em cada um dos trabalhos analisados serão descritos aspectos importantes para a sua identificação, tais como objetivos, metodologia, análise e resultados, além dos aspectos já apresentados logo anteriormente.

A pesquisa de Martins (2019) foi realizada com o objetivo de analisar as contribuições da metodologia de ensino-aprendizagem de matemática por meio da Resolução de Problemas, aliada às Representações Múltiplas de Álgebra no ensino de Sistemas Lineares. A pesquisa caracteriza-se como qualitativa, na modalidade Pesquisa Pedagógica e foi desenvolvida em uma turma do 5º período do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade federal no estado da Paraíba.

Os sujeitos da pesquisa eram compostos por oito mulheres e cinco homens, matriculados regularmente no curso de Licenciatura em Matemática. A oficina foi dividida em três momentos. O primeiro foi composto de 6 problemas geradores e o segundo foram apresentações de seminários elaborados pelos discentes sobre o ensino de Sistemas Lineares através da Resolução de Problemas. É importante destacar que apesar de a autora usar o termo Resolução de Problemas algumas vezes, ela deixa claro que a metodologia de Resolução de Problemas utilizada foi a Exploração-Resolução-Proposição de Problemas.

Atentemo-nos para o seguinte problema, trazido na Figura 2, que traz características que são compartilhadas pelos demais problemas geradores.

Figura 2 - Problema de Martins (2019)

Fonte: Martins (2019).

O problema apresentado na Figura 2, de acordo com a autora, tem os objetivos de estimular a transição entre as representações de Sistemas Lineares e promover o aprendizado de Sistemas Lineares por meio da Proposição de Problemas. Por meio da leitura do trabalho, percebe-se que a **ênfase** maior foi na Exploração de Problemas. Vale ressaltar que a autora, como mostra o exemplo do problema anterior, proporciona a Proposição de Problemas como ponto de partida/**antes** do processo de Resolução-Exploração-Proposição de Problemas. Além do mais, vê-se que por meio da Exploração de Problemas aliada às RMA potencialidades para o processo de Proposição de Problemas, fazendo com que os discentes recordassem a classificação das soluções de um sistema linear apenas por meio das representações geométricas das retas sem fazer uso de propriedades algébricas como se pode verificar no diálogo abaixo nas Figuras 3 e 4:

Figura 3 - Diálogo sobre o problema de Martins (2019)

A7: *Então a gente vai ter que responder de um em um pra saber qual é possível e impossível?*

P: *Só é possível fazer a classificação respondendo os sistemas?*

A1: *É possível também pelo gráfico, mas eu não lembro exatamente como.*

A3: *Eu também não! A professora traz coisas que a gente viu há muitos anos, não tem como lembrar de tudo.*

P: *Vamos relembra! Observem o gráfico e escolham duas retas.*

A13: $y = x + 2$

A6: $y = -2x + 5$

P: *Organizando as variáveis das duas equações para formar um sistema linear. Como ficam?*

A10: *Temos $-x + y = 2$ e $2x + y = 5$*

Fonte: Martin (2019).

Na figura 3 os discentes afirmaram que não recordaram as propriedades de soluções de um sistema linear, todavia a exploração de problemas proporcionou que recordassem.

Figura 4 - Continuação do diálogo sobre o problema de Martins (2019)

P: *Agora que temos o sistema, esqueçam as outras equações e foquem somente nessas duas retas. O que vocês podem observar?*

A4: *Que elas têm um único ponto em comum, o ponto (1,3).*

P: *Então que tipo de sistema é esse?*

A5: *É um sistema possível e determinado.*

P: *Exatamente! Agora observem as demais equações e montem os outros sistemas.*

Fonte: Martins (2019).

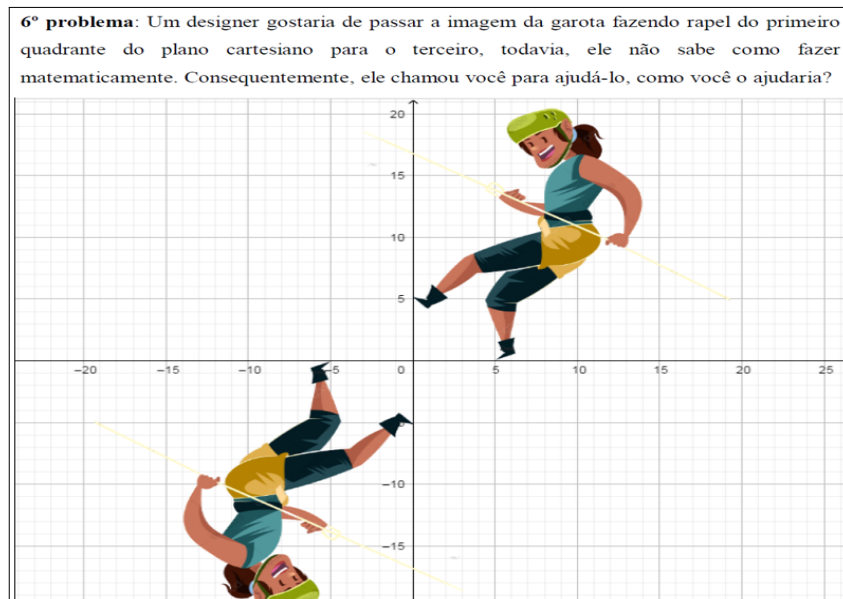
A Proposição de Problemas realizada por Martins (2019) continha informação, o requerimento foi solicitado de forma oral, o contexto foi intramatemático e o entorno matemático foi no escopo dos sistemas lineares. Além disso, vale ressaltar que os aspectos críticos não foram trabalhados e que todas as atividades se classificam no caso I (caso em que a resolução foi encontrada). Sobre a exploração e proposição de problemas, é possível perceber que os resultados convergem com as outras pesquisas no que diz respeito à interação entre os participantes, verificação de hipótese, levantamento e teste de suas conjecturas, associação entre o que está sendo estudado com sua prática e realização de uma compreensão mais profunda.

A pesquisa de Oliveira (2021) foi realizada com o objetivo de analisar as contribuições da ERP aliada às Representações Múltiplas de Álgebra ao ensino de Espaços Vetoriais na licenciatura em Matemática. A pesquisa caracteriza-se como qualitativa e tem como questão norteadora: que contribuições a Metodologia da Exploração-Resolução-Proposição de Problemas (ERP) aliada à Teoria das Representações Múltiplas de Álgebra pode proporcionar ao processo de ensino-aprendizagem de Espaços Vetoriais na licenciatura em Matemática?

Para o levantamento de dados foi desenvolvido uma oficina com seis alunas da Licenciatura em Matemática e uma de licenciatura em Física de diversas universidades públicas no estado da Paraíba. A Oficina foi elaborada de forma remota por meio do aplicativo *WhatsApp* devido à pandemia causada pelo vírus SARS-CoV-2.

Os problemas geradores que foram apresentados por Oliveira (2021) tiveram ênfase na Exploração de Problemas, entretanto vários problemas tiveram a Proposição de Problemas como ponto de partida (antes) como também enquanto e depois do processo de ERP. Na Figura 5 observa-se um problema proposto pelo pesquisador às alunas, que tinham como intuito construir uma formalização dos conceitos de Transformação Linear e Operador Linear através da ERP e aplicar os conceitos de Reflexão Axial e Rotação, que são conceitos da Educação Básica, proporcionando essa reflexão para os discentes.

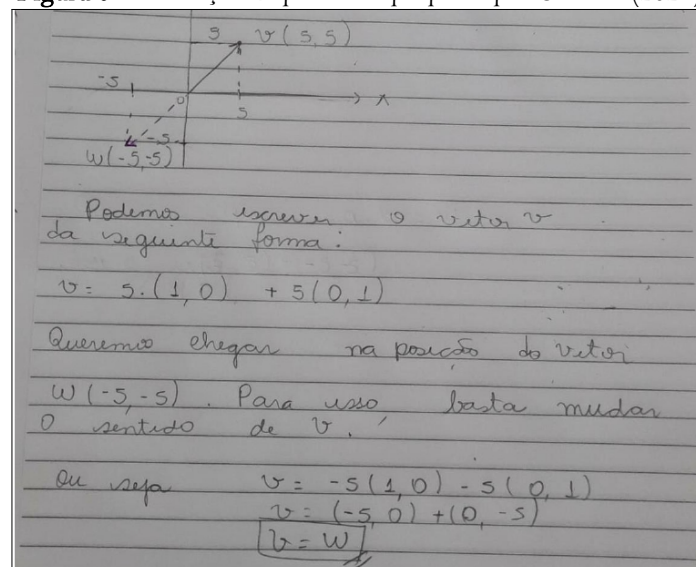
Figura 5 - Problema proposto por Oliveira (2021)



Fonte: Oliveira (2021).

Percebe-se que o problema, que foi o último a ser trabalhado na oficina, foi entregue na representação geométrica, as discentes o codificaram como na forma da Figura 6.

Figura 6 - Resolução do problema proposto por Oliveira (2021)



Fonte: Oliveira (2021).

Percebe-se que na resolução a aluna afirmou que $v = w$, logo que o pesquisador iniciou a exploração do problema, a própria discente notou o seu equívoco e afirmou que $v \neq w$. O problema analisado em comparação com os outros contém **informação**, o **requerimento** foi solicitado no enunciado e o **contexto** foi intramatemático. O **entorno matemático** foi no escopo das Transformações Lineares, mais especificamente dos Operadores Lineares, fazendo uma relação com os conceitos da Educação Básica. Além disso, vale ressaltar que os **aspectos críticos** não foram trabalhados, que todas as atividades se classificam no **caso I**, onde a resolução foi encontrada.

Ao passo que a exploração foi ocorrendo, foi realizado o uso de *softwares* como o *GeoGebra* para a mudança de representações. Foi possível notar ao decorrer da leitura do trabalho a importância da mediação-refutação do pesquisador, que foi proporcionada às discentes na Oficina, sobretudo, nos diálogos, quando os sujeitos apontam que essas interações os fazem refletir sobre o seu processo de ensino-aprendizagem e sobre sua futura atuação como docentes na Educação Básica. Como podemos observar no próprio trabalho, como resposta da questão 4 é relatada que “como eu já tinha visto em outras disciplinas da Universidade, não de uma forma tão aprofundada como eu vi no curso. Fazer com que os alunos se sintam mais interessados pelas aulas” (Oliveira, 2021, p. 160). No que tange ao uso de RMA aliada à ERP, na questão 5, presente em Oliveira (2019, p.152), o sujeito coletivo participante da pesquisa discorre que é algo fundamental no ensino de Espaços Vetoriais. Vê-se isso na seguinte fala: “a visualização (dos conceitos matemáticos) se torna mais ampla [...], pois, quando você não enxerga um detalhe na geometria, você enxerga nas outras e vice-versa. Assim, vendo várias formas de uma mesma coisa, você compreende melhor, você tem melhor entendimento” (Oliveira, 2021, p. 154).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo fazer uma Revisão Sistemática de Literatura sobre uma Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática denominada Exploração-Resolução-Proposição de Problemas na formação inicial do professor de matemática, apresentada por Andrade (1998, 2017). Teve como pergunta norteadora

“quais as potencialidades, limitações e convergências da Metodologia de Exploração-Resolução-Proposição de Problemas na formação inicial do professor de Matemática?”

No que tange às convergências e às divergências dos trabalhos analisados, inicialmente vale ressaltar que estes trabalhos trataram de alunos de várias universidades e conceitos variados, tais como: funções, limites, derivadas, integral de funções, sistemas lineares, frações e espaços vetoriais e transformações lineares.

Sobre a ênfase dada no processo de Exploração-Resolução-Proposição de Problemas, os trabalhos deram ênfase à Exploração de Problemas, haja vista que no decorrer desse processo houve focos na resolução e outros na proposição.

Em geral, percebe-se que a proposição de problemas sempre foi a etapa mais demorada nos trabalhos analisados, porque os licenciandos não estavam habituados a criar problemas, mas apenas a resolvê-los. No entanto, ao final dos momentos de levantamento de dados, pode-se verificar que os sujeitos compreenderam e lançaram mão do ato de propor e explorar problemas no trabalho de Resolução de Problemas.

Sobre a classificação quanto à Proposição de Problemas, por parte dos pesquisadores, ocorreu nos três momentos, como forma de iniciar o trabalho de construção de conceitos e como forma de codificar o problema para um melhor entendimento do discente, entretanto por parte do discente ela ocorreu ou no início, resultado de uma solicitação do pesquisador, ou no final, após a jornada de exploração e resolução ou após uma solicitação por parte do pesquisador, mas não de forma espontânea. Martins (2019) abordou a Proposição no primeiro encontro; Oliveira (2021) abordou no segundo encontro; Costa (2019), na última atividade; Bezerra (2017), a Proposição de Problemas que não ocorreu de forma planejada e intencional, entretanto ocorreu implícita ao processo de exploração de problemas.

Ainda sobre a Proposição de Problemas na Exploração de Problemas, os elementos trazidos por Jurado (2013), a saber informação, contexto, requerimento e entorno matemático, foram possíveis de serem identificados nos problemas criados pelos sujeitos das pesquisas. Em especial na pesquisa de Bezerra (2017), também é possível notar nos problemas propostos pelos discentes, mesmo que ainda não planejados e intencionais, por parte da pesquisadora.

Sobre a Codificação, foi possível identificá-la de várias maneiras e todas fazendo uso de Representações Múltiplas de Álgebra, sejam por meio de registros escritos a mão-livre (como em todos os trabalhos), seja por meio de uso de *softwares* como em Oliveira (2021) e Bezerra (2017), ou com materiais didáticos de manipulação, como é o caso de Costa (2019). E em cada trabalho foi possível notar que a variação do uso de RMA, o sair da zona de conforto, como foi o caso de Oliveira (2021), Martins (2019) e Bezerra (2017), fazendo o discente partir de uma representação geométrica para uma algébrica, faz com que o discente reorganize o pensamento e potencialize o processo de construção de conceito.

Quanto à Descodificação, em uma análise crítica do problema trazido, não houve nenhum trabalho que impulsionou consideravelmente a justiça social ou um comentário crítico a respeito dos problemas trazidos, nem por parte do professor e nem por parte dos discentes, ainda que houvesse trabalhos em que o contexto fosse extramatemático. Considerando que a Proposta de Exploração de Problemas surgiu com a necessidade de tais contextos serem trabalhados em sala de aula, mesmo assim os trabalhos não a abordaram.

Em geral, as pesquisas evidenciaram diversas potencialidades no uso da ERP tais como: desenvolvimento da autonomia, confiança, criatividade, reflexão, concentração, interpretação, criação de diferentes estratégias; oportunidades de interação e socialização entre os participantes; interesse; motivação; compreensão de conceitos de forma aprofundada; melhoria no raciocínio para elaboração de estratégias de resolver, explorar e propor problemas; e auxílio a uma conexão entre o ensino superior e a educação básica.

Ainda sobre as potencialidades descritas nos trabalhos analisados, as evidências auxiliaram nas conclusões de que o uso da ERP na formação de professores de matemática potencializou o ensino de Álgebra e o tornou mais compreensivo ao passo que: dispôs um ensino-aprendizagem significativo ao aluno, de modo que ele pudesse compreender a importância desse estudo para subsidiar suas futuras práticas docentes; ao usar das RMA tornaram-se claras dúvidas sobre conceitos da Educação Básica que tornavam difícil o entendimento de conceitos da matemática superior; abre a possibilidade de diálogo aluno-aluno e professor-aluno que possibilita o ir além da

resolução; possibilita o uso de tecnologias como softwares de interação dinâmica permitindo que a exploração e proposição de problemas ocorram sem tanta interferência da falta de conceitos prévios; possibilita que o licenciando trate o conceito matemático de uma forma mais qualitativa, isto é, verifique proposições, demonstrações, alterações de variáveis, verificação de erros com mais praticidade e não apenas buscando uma solução numérica. como é possível verificar em Oliveira (2021), Martins (2019) e Bezerra (2017).

No que concerne ao uso da ERP na formação inicial de professores aliada ao uso de Materiais Didáticos de Manipulação, as pesquisas evidenciaram que há potencialidades no que tange: ao desenvolvimento do raciocínio dos alunos; ao auxílio na construção de conceitos com ludicidade; ao auxílio na construção do significado daquilo que é estudado, isto é, possibilita a construção de elos cognitivos significativos entre as diversas representações dos conceitos matemáticos.

No que concerne às limitações, ao analisar os trabalhos é notado que a melhor palavra encontrada seria “obstáculos”, que em geral é uma resistência e insegurança, pois de acordo com Andrade (2017) a ERP provoca o aluno a sair de uma postura passiva e passar para uma postura ativa, fazendo com que o discente pergunte, provoque a si mesmo e os outros com indagações, verifique hipóteses, crie e explore problemas além de resolvê-los.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRADE, S. *Ensino-aprendizagem de Matemática via resolução, exploração, codificação e decodificação de problemas*. 1998. Dissertação (Mestrado) - Programa de Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1998.

ANDRADE, S. Um caminhar crítico reflexivo sobre Resolução, Exploração e Proposição de Problemas Matemáticos no Cotidiano da Sala de Aula. In: ONUCHIC, L. R.; LEAL JUNIOR, L. C.; PIRONEL, M. (Orgs.). *Perspectivas para Resolução de Problemas*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. p. 355-396.

BEZERRA, A. S. V. *Conceito e representações de função via resolução, proposição e exploração de problemas: um trabalho com alunos de graduação*. 2017. 319 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2017.

CAI, J.; HWANG, S. Learning to teach through mathematical problem posing: Theoretical considerations, methodology, and directions for future research. *International Journal of Educational Research*, v. 102, 2020.

CAI, J. What research says about teaching mathematics through problem posing. *Éducation et didactique*, v. 16, n. 3, p. 31-50, 2023. Disponível em: <https://www.cairn.info/revue-education-et-didactique-2022-3-page-31.htm>. Acesso em: 5 mai. 2023.

COSTA, S. M. *Tangram e Resolução de problemas: desafios e possibilidades*. 2019. 127 f. Dissertação (Mestrado) - Programa em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2019.

FRIEDLANDER, A.; TABACH, M. Promoting Multiple Representations in Álgebra. In: CUOCO, A. A. *The roles of representation in school mathematics*. Reston, Virginia: The Council, 2001, p.173-185.

FREITAS, T. S. *Um olhar para a resolução de problemas nos encontros nacionais de educação matemática (ENEMs): delineamento de uma tendência*. 2019. 183 f. Tese (Doutorado) - Programa de Ciência, Tecnologia e Educação, Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, Rio de Janeiro, 2019.

JURADO, U. M. El rincón de los problemas: Variaciones de um problema: El caso de um problema de R. Douady. *UNIÓN: Revista Iberoamericano de Educación Matemática* v. 9, n. 34, p. 141- 149, 2013.

KHAN, K. S. *et al.* Five steps to conducting a systematic review. *Journal of the Royal Society of Medicine*, v. 96 n. 3, 2003.

MARTINS, F. C. *Ensino-aprendizagem de sistemas lineares na formação do professor de matemática via exploração, resolução e proposição de problemas*. 2019. 138 f. Dissertação (Mestrado) - Programa em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2019.

MENDES, I. A. *Investigação Histórica no Ensino da Matemática*. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2009.

MOHER, D., LIBERATI, A., TETZLAFF, J.; ALTMAN, D. G. Preferred reporting items for systematic reviews and meta-analyses: the PRISMA statement. *Annals of Internal Medicine*, v. 151, n. 4, 2019.

OLIVEIRA, S. B. *Ensino-aprendizagem de espaços vetoriais via exploração-resolução-proposição de problemas: uma experiência na licenciatura em matemática*. 2021. 202 f. Dissertação (Mestrado) - Programa em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2021.

PAGE M. J.; *et al.* The PRISMA 2020 statement: an updated guideline for reporting systematic reviews. *BMJ* 372, n. 71, 2021.

PORFÍRIO, G. Revisão da Literatura. Em fase de elaboração. 2012. Disponível em: <http://clip2net.com/clip/m2729/1196764374-ab61a-68kb.pdf>. Acesso em: 3 mai. 2023.

SKVOSMOSE, O. *Um convite à Educação Matemática Crítica*. Campinas: Papirus, 2014.

Recebido para publicação em outubro de 2024.

Aceito para publicação em novembro de 2024.